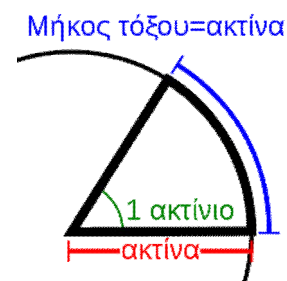


## 1. Μονάδες μέτρησης γωνιών

Οι μονάδες μέτρησης των γωνιών είναι οι **βαθμοί**, οι **μοίρες** και τα **ακτίνα**.

- 1.1 **Βαθμός(grad)** είναι η γωνία, που αντιστοιχεί στο ένα τετρακοσιοστό( $1/400$ ) της περιφέρειας. Κάθε βαθμός υποδιαιρείται σε εκατό εκατοστά του βαθμού και κάθε εκατοστό του βαθμού σε εκατό εκατοστά του εκατοστού. Ο βαθμός συμβολίζεται με το γράμμα(g), το εκατοστό του βαθμού με το γράμμα(c) και το εκατοστό του εκατοστού με το τα διπλό γράμμα(cc). Έτσι η παράσταση:  $352^g15^c35^{cc}$  σημαίνει: τριακόσιοι πενήντα δύο βαθμοί, δεκαπέντε εκατοστά του βαθμού και τριάντα πέντε εκατοστά του εκατοστού. Η ίδια γωνία παρίσταται απλούστερα και ως δεκαδικός αριθμός ως εξής:  $352,1535^g$
- 1.2 **Μοίρα** είναι η γωνία, που αντιστοιχεί προς το ένα τριακοστό εξηκοστό( $1/360$ ) της περιφέρειας. Κάθε μοίρα υποδιαιρείται σε 60 πρώτα λεπτά και κάθε πρώτο λεπτό σε εξήντα δεύτερα. Η μοίρα συμβολίζεται με το σύμβολο(o), το πρώτο λεπτό της μοίρας με οξεία(') και το δεύτερο λεπτό της μοίρας με δύο οξείες(''). Έτσι η παράσταση:  $176^o33'24''$  σημαίνει εκατόν εβδομήντα έξι μοίρες, τριάντα τρία πρώτα λεπτά και εικοσιτέσσερα δεύτερα λεπτά της μοίρας.
- 1.3 **Ακτίνο (rad)** είναι η γωνία η οποία ορίζει τόξο, σε οποιοδήποτε κύκλο, με μήκος ίσο με την ακτίνα του. Συνήθως το  $1\text{rad}$  παρίσταται δια του γράμματος  $\rho$ , ήτοι  $\rho=1\text{rad}$



## 2. Σχέση σύνδεσης μονάδων

Μία περιφέρεια εκφρασμένη σε διάφορες γωνιακές μονάδες είναι:

$$400^g = 360^o = 2\pi \text{ rad}$$

Μοίρες	$0^o$	$30^o$	$45^o$	$60^o$	$90^o$	$180^o$	$270^o$	$360^o$
Ακτίνα	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
Βαθμοί	$0^g$	$\frac{100^g}{3}$	$50^g$	$\frac{200^g}{3}$	$100^g$	$200^g$	$300^g$	$400^g$

Η γενική σχέση που συνδέει τους βαθμούς τις μοίρες και τα ακτίνα είναι:

$$\text{γωνία σε βαθμούς}/400^g = \text{γωνία σε μοίρες}/360^o = \text{γωνία σε ακτίνα}/2\pi$$

$$\text{γωνία σε βαθμούς}/200^g = \text{γωνία σε μοίρες}/180^o = \text{γωνία σε ακτίνα}/\pi \quad (1)$$

ή(για βαθμούς και μοίρες)

$$\text{γωνία σε βαθμούς}/10 = \text{γωνία σε μοίρες}/9 \quad (2)$$

### 3. Μετατροπή μονάδων

#### 3.1 Μετατροπή μοιρών σε βαθμούς

Από (2) έχουμε:  $B/10 = \mu/9$  Άρα  $B = \mu \cdot 10/9$

Π.χ. η γωνία  $46^\circ 55' 17''$ , αν εκφρασθεί στο σύστημα βαθμών, θα ισούται με  $B = (46^\circ 55' 17'') \cdot 10/9$

Θα πρέπει η τιμή μέσα στην παρένθεση να γίνει δεκαδικός αριθμός για να μπορέσουμε να κάνουμε την πράξη.

Βήματα:

1. μετατρέπουμε τα  $17''$  σε πρώτα λεπτά
2. τα προσθέσουμε στα  $55'$
3. μετατρέπουμε το σύνολο των πρώτων λεπτών σε μοίρες
4. προσθέσουμε στις  $46^\circ$

Με τη μέθοδο των τριών έχουμε: Το  $1'$  έχει  $60''$ , άρα τα  $17''$  είναι  $0,283'$ .

Τα προσθέτουμε στα  $55'$  και έχουμε  $55,283'$ .

Ομοίως, με τη μέθοδο των τριών τα  $55,283'$  είναι  $0,9214^\circ$ .

Άρα το σύνολο είναι  $46,9214^\circ$ .

Αντικαθιστούμε στον τύπο

$$B = 46,9214^\circ \cdot 10/9 = 52,1349g = 52g 13c 49cc \text{ (βλέπε σχόλιο πιο πάνω)}$$

### 3.2 Μετατροπή Βαθμών σε μοίρες

Από (2) έχουμε:  $B/10 = \mu/9$  Άρα  $\mu = B \cdot 9/10$

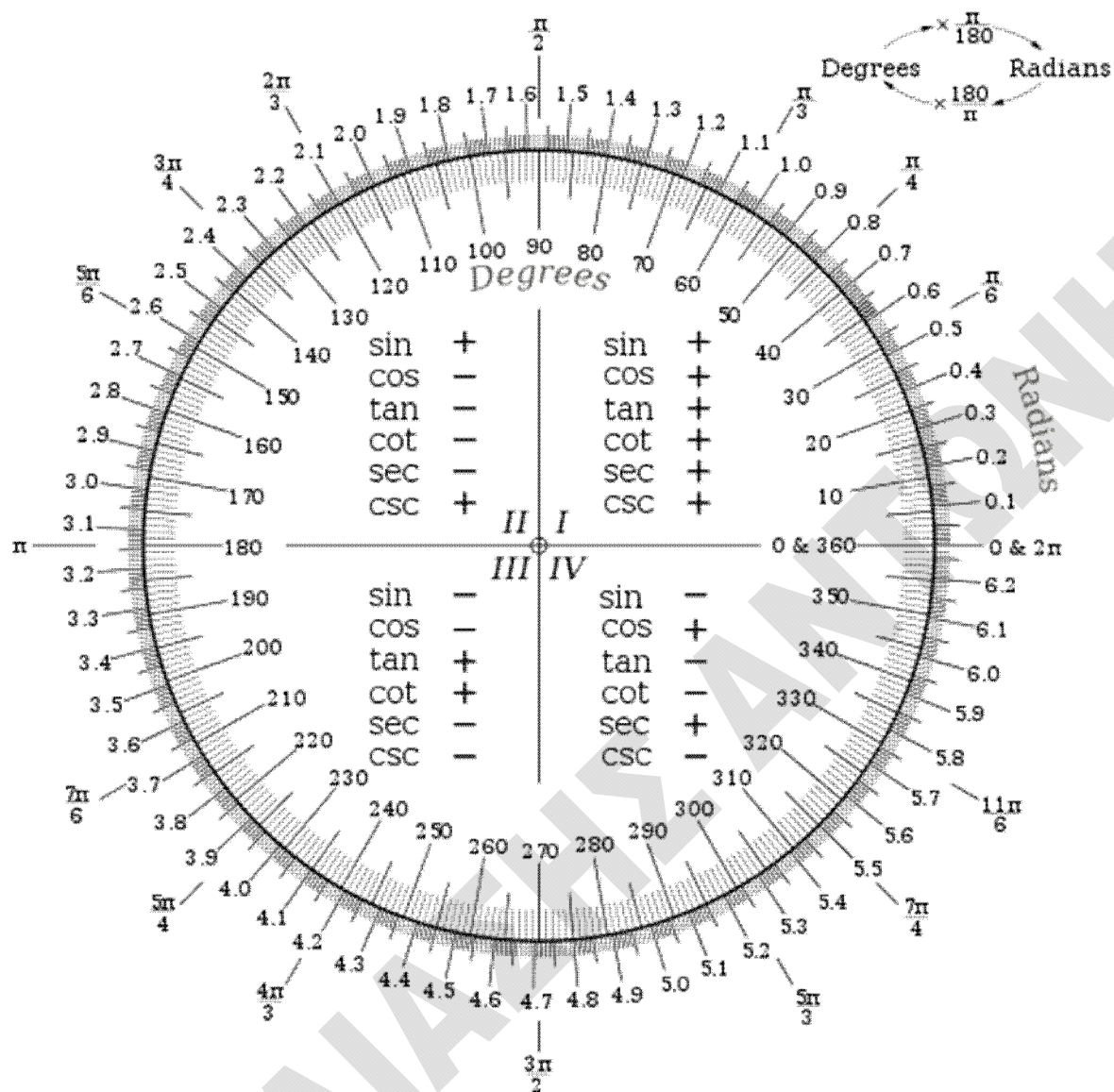
Π.χ. η γωνία 52g 13c 49cc, αν εκφρασθεί στο σύστημα μοιρών, θα ισούται με  $\mu = (52g 13c 49cc)9/10 = 52,1349g \cdot 9/10 = 46,92141^\circ$

Θα πρέπει το δεκαδικό τμήμα του αριθμού να μετατραπεί σε πρώτα και δεύτερα λεπτά. Φυσικά, μόνο αυτό, γιατί το ακέραιο παραμένει  $46^\circ$ .

Βήματα:

1. πολλαπλασιάζουμε το δεκαδικό μέρος του αριθμού με 60:  $(0,92141 \cdot 60 = 55,2846)$ . Το 55 είναι τα πρώτα λεπτά.
2. πολλαπλασιάζουμε το δεκαδικό μέρος του αριθμού που προέκυψε με 60:  $(0,2846 \cdot 60 = 0,17)$ . Το 17 είναι τα δεύτερα λεπτά.
3. Η γωνία είναι:  $46^\circ 55' 17''$

### 3.3 Μετατροπή μοιρών σε ακτίνια



Διάγραμμα μετατροπής μοιρών σε ακτίνια

Από (1) έχουμε:  $\mu/180^\circ = \alpha/\pi$  Άρα  $\alpha = \mu \cdot \pi/180^\circ$

Άρα εάν έχουμε μία γωνία και θέλουμε να βρούμε πόσα ακτίνια είναι την πολλαπλασιάζουμε με  $\pi/180^\circ$ , για παράδειγμα:

$$\text{Μία γωνία } 1^\circ = 1 \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \approx 0.0175 \text{ rad}$$

$$\text{Μία γωνία } 23^\circ = 23 \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \approx 0.4014 \text{ rad}$$

### 3.4 Μετατροπή ακτινίων σε μοίρες

Πολλαπλασιάζουμε με  $180^\circ / \pi$ , για παράδειγμα:

$$\text{Μία γωνία} \quad 1 \text{ rad} = 1 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.2958^\circ$$

$$\text{Μία γωνία} \quad 2.5 \text{ rad} = 2.5 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 143.2394^\circ$$

$$\text{Μία γωνία} \quad \frac{\pi}{3} \text{ rad} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 60^\circ$$

### 3.5 Μετατροπή βαθμών σε ακτίνια

Από (1) έχουμε:  $\beta/200g = \alpha/\pi$  Άρα  $\alpha = \beta \cdot \pi/200g$

Άρα εάν έχουμε μία γωνία και θέλουμε να βρούμε πόσα ακτίνια είναι την πολλαπλασιάζουμε με  $\pi/200g$ , για παράδειγμα:

$$\text{Μία γωνία} \quad 50^g = 50 \cdot \frac{\pi}{200^g} \approx 0.7854 \text{ rad}$$

### 3.6 Μετατροπή ακτινίων σε βαθμούς

Πολλαπλασιάζουμε με  $200g / \pi$ , για παράδειγμα:

$$\text{Μία γωνία} \quad 1.2 \text{ rad} = 1.2 \cdot \frac{200^g}{\pi} \approx 76.3944^g$$

Μια πιο απλή παρουσίαση για τις μοίρες και τα ακτίνια μπορείτε να βρείτε [εδώ](#)